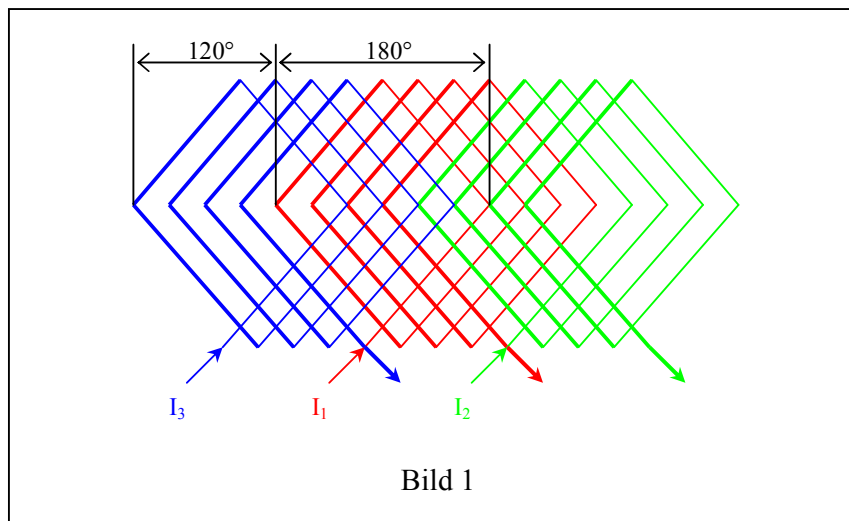


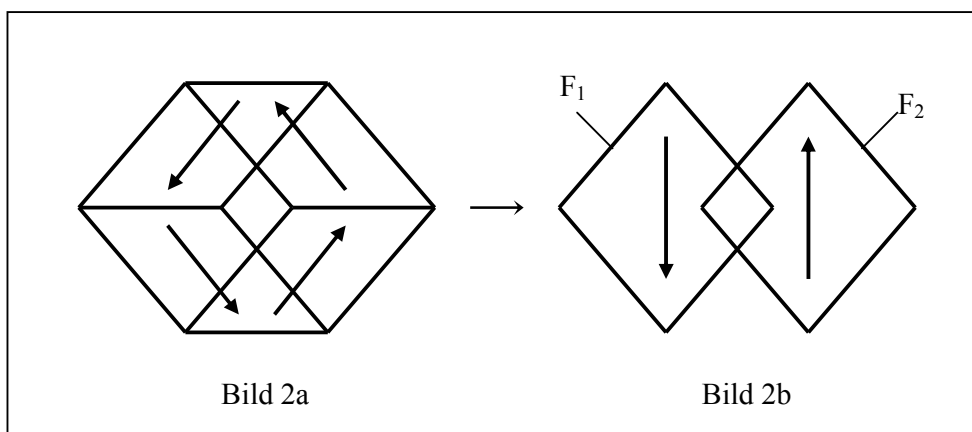
Drehmoment von maxon-EC-Motoren mit Block- und Sinuskommutierung

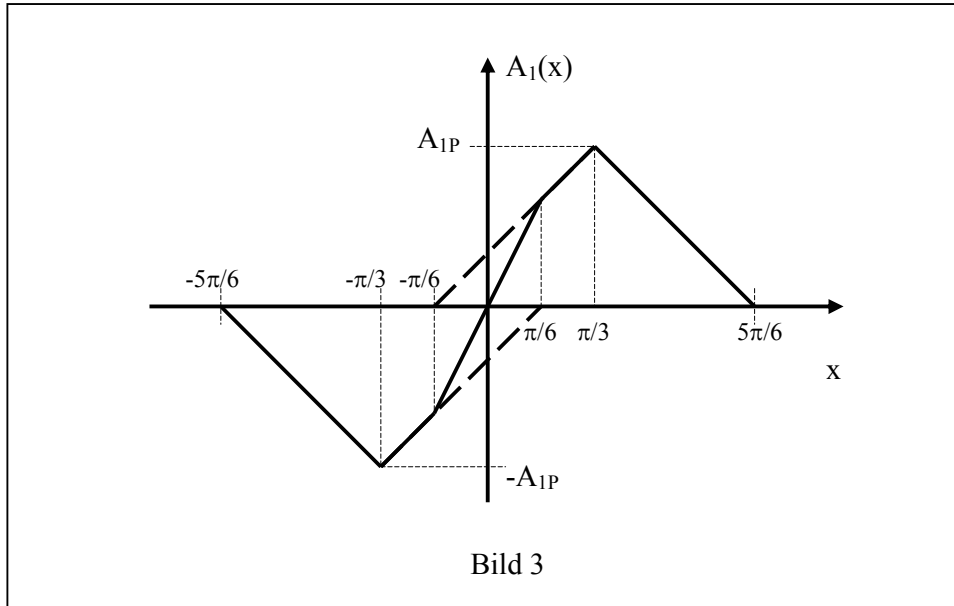
In diesem Aufsatz wird das in 2-poligen, in Stern verschalteten maxon-EC-Motoren erzeugte Drehmoment bei eingprägtem blockförmigem Strom (Blockkommutierung) und bei eingprägtem sinusförmigem Strom (Sinuskommutierung) hergeleitet.

Die Ständerwicklung von maxon-EC-Motoren ist wie in Bild 1 dargestellt, in drei gleiche, um 120° räumlich versetzte Teilwicklungen, die drei Phasen, aufgeteilt. Eine einzelne Windung hat eine Rautenform mit einem Öffnungswinkel von 180° (vgl. [1], S.43ff).



Wir betrachten jetzt nur den Strom I_1 in Phase 1. Für eine feinverteilte Wicklung ergibt sich eine Strombelagsverteilung mit vier Flächen nach Bild 2a. Zur Drehmomentbildung tragen nur die senkrecht zum Magnetfeld, also parallel zur Motorachse verlaufenden Stromkomponenten bei. Die für die Drehmomentbildung wirksame Strombelagsverteilung lässt sich damit gedanklich weiter vereinfachen und sich mit zwei Teilflächen F_1 und F_2 gemäss Bild 2b darstellen.





Die Strombelagsverteilung $A_1(x)$ von Phase 1 in Abhängigkeit vom Umfangswinkel x ist in Bild 3 dargestellt. Der Koordinatenursprung wird in die Mitte von Phase 1 gelegt. Für den Spitzenwert A_{1P} gilt (vgl. auch [2], S.48ff):

$$(1) \quad A_{1P} = \frac{\frac{w}{3} \cdot I_1}{\frac{2\pi}{3} \cdot r} = \frac{w \cdot I_1}{2\pi \cdot r}$$

Darin ist w die Gesamtwindungszahl aller drei Phasen und r ist der mittlere Radius der Wicklung.

Das Magnetfeld in maxon-EC-Motoren wird vom 2-poligen permanentmagnetischen Rotor erzeugt. Es ändert seine relative Lage zur Wicklung mit der Drehung des Rotors. Das Magnetfeld ist nahezu sinusförmig. Die geringen Oberfeldanteile und die leichte axiale Abhängigkeit der Induktion über die Luftspaltlänge l sollen für die Rechnung vernachlässigt werden (Gl.2):

$$(2) \quad B(x) = B_0 \cdot \sin(x - \varphi_{Rot})$$

Darin ist B_0 die Induktionsamplitude und φ_{Rot} ist der Verdrehwinkel zwischen dem Koordinatenursprung und dem Ort maximaler Induktion.

Das resultierende Drehmoment M_1 , das sich aus dem Strombelag in Phase 1 im Zusammenwirken mit dem Magnetfeld ergibt, berechnet sich nach Gleichung (3) (vgl. [3], S.122):

$$(3) \quad M_1 = r^2 \cdot l \cdot \int_{-\pi}^{\pi} A_1(x) \cdot B(x) dx = M_{11} + M_{12}$$

Es ist die Summe der aus den Strombelagsflächen F_1 und F_2 resultierenden Teildrehmomente M_{11} und M_{12} . Sie berechnen sich nach (s. Bild 3):

$$(4a) \quad M_{11} = r^2 \cdot l \cdot \left(\int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(-\frac{2}{\pi}x - \frac{5}{3}\right) A_{1P} \cdot B_0 \sin(x - \varphi_{Rot}) dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{2}{\pi}x - \frac{1}{3}\right) A_{1P} \cdot B_0 \sin(x - \varphi_{Rot}) dx \right)$$

$$(4b) \quad M_{12} = r^2 \cdot l \cdot \left(\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{2}{\pi}x + \frac{1}{3}\right) A_{1P} \cdot B_0 \sin(x - \varphi_{Rot}) dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{6}} \left(-\frac{2}{\pi}x + \frac{5}{3}\right) A_{1P} \cdot B_0 \sin(x - \varphi_{Rot}) dx \right)$$

Die FormelAuswertung ergibt

$$(4c) \quad M_{11} = M_{12} = r^2 \cdot l \cdot A_{1P} \cdot B_0 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot \cos(\varphi_{Rot}) = r^2 \cdot l \cdot \frac{w \cdot I_1}{2\pi \cdot r} \cdot B_0 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot \cos(\varphi_{Rot})$$

Damit ist das vom Strom I_1 in der Phase 1 erzeugte Drehmoment M_1

$$(5a) \quad M_1 = M_{11} + M_{12} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_{Rot})$$

Analoge Rechnungen führen auf die Drehmomente M_2 und M_3 durch die Ströme I_2 und I_3 :

$$(5b) \quad M_2 = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_2 \cdot \cos\left(\varphi_{Rot} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$(5c) \quad M_3 = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_3 \cdot \cos\left(\varphi_{Rot} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

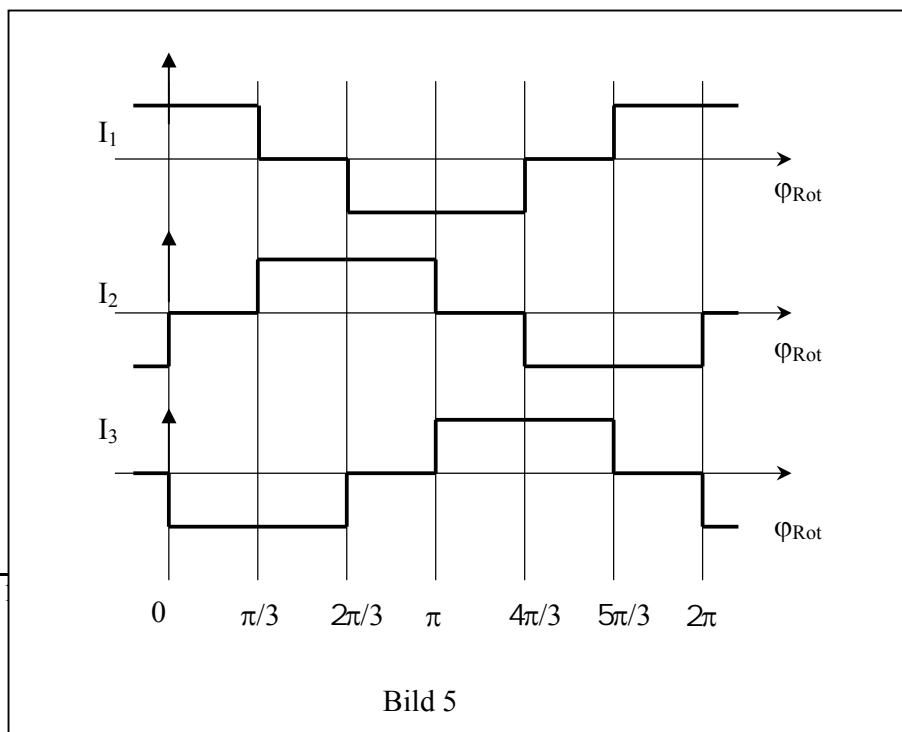
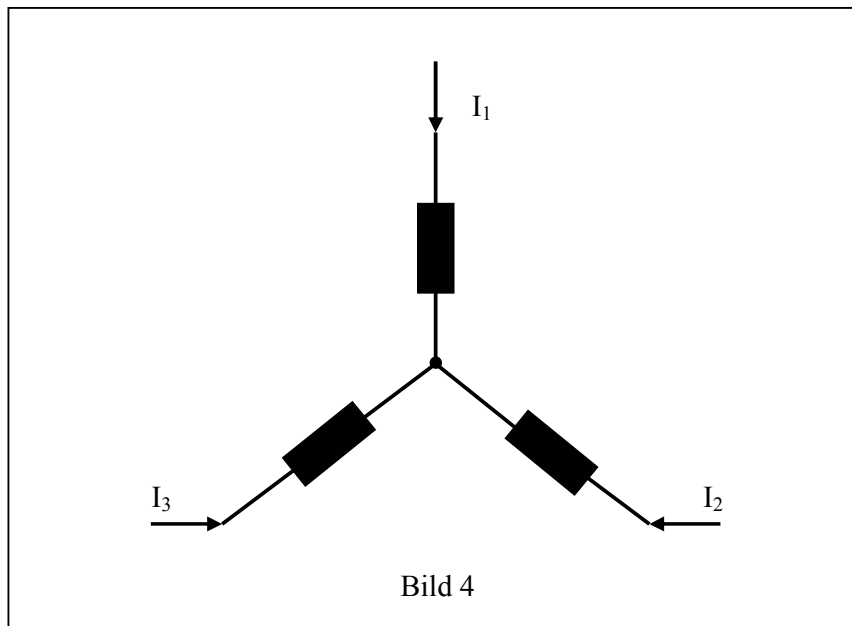
Das gesamte Motordrehmoment ist die Summe der drei Phasendrehmomente:

$$(6) \quad M = M_1 + M_2 + M_3$$

Die Gleichungen (5a-c) und (6) bilden die Grundlage für die Berechnung des Drehmoments bei Block- und bei Sinuskommutierung.

Blockkommutierung:

Bei in Stern geschaltetem Motor (Bild 4) und Blockkommutierung werden jeweils zwei Phasen mit Gleichstrom gespeist, während die dritte Phase stromlos ist. Das Speiseschema der Phasen zeigt Bild 5. Die Rotorlageerkennung kann z.B. mit Hallsensoren erfolgen.



Zur Berechnung des Drehmoments bei Blockkommutierung wird exemplarisch der Bereich $0 < \varphi_{Rot} < \pi/3$ gewählt. Es gilt $I_1 = I_D$, $I_2 = 0$ und $I_3 = -I_D$. Phase 2 ist stromlos, daher ist das Teildrehmoment $M_2 = 0$. Das Motordrehmoment ist dann:

$$\begin{aligned}
 (7) \quad M &= M_1 + M_3 = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_{Rot} + \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_3 \cdot \cos \left(\varphi_{Rot} + \frac{2\pi}{3} \right) = \\
 &= \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_D \cdot \left[\cos \varphi_{Rot} - \cos \left(\varphi_{Rot} + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\
 &= \frac{6}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_D \cdot \cos \left(\varphi_{Rot} - \frac{\pi}{6} \right) = M_{\max} \cdot \cos \left(\varphi_{Rot} - \frac{\pi}{6} \right) \quad (\text{vgl. [1], S.51})
 \end{aligned}$$

Bei der Blockkommutierung werden die bestromten Phasen so gewählt, dass ein möglichst hohes Drehmoment erzeugt wird. Mit dem Schaltschema aus Bild 5 ergibt sich der Drehmomentverlauf nach Bild 6.

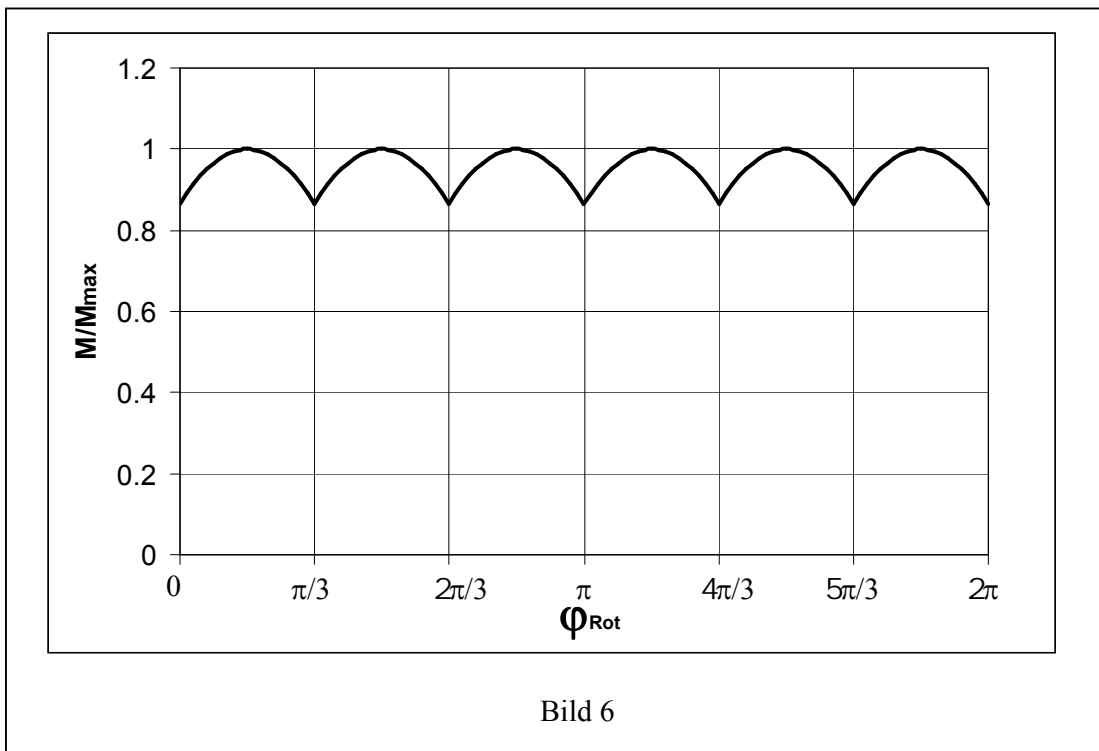


Bild 6

Trotz des Fehlens von Nutrastmomenten kommt es also bei Blockkommütierung zu leichten Rippeln im Drehmomentverlauf. Wie später gezeigt wird, verschwinden beim maxon-EC-Motor mit der Sinuskommütierung auch diese Rippel und der maxon-EC-Motor kann seine Vorteile voll entfalten.

Das mittlere Drehmoment M_{mean} bei Blockkommütierung berechnet sich wie folgt:

$$M_{mean} = \frac{1}{\pi/3} \int_0^{\pi/3} M_{max} \cdot \cos\left(\varphi_{Rot} - \frac{\pi}{6}\right) d\varphi_{Rot} = \frac{3}{\pi} M_{max}$$

$$(8) \quad M_{mean} = \frac{18}{\pi^3} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_D = 0.5805 \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_D = k_m \cdot I_D \quad (\text{vgl. [1], S.52})$$

Darin ist k_m die sogenannte Drehmomentkonstante.

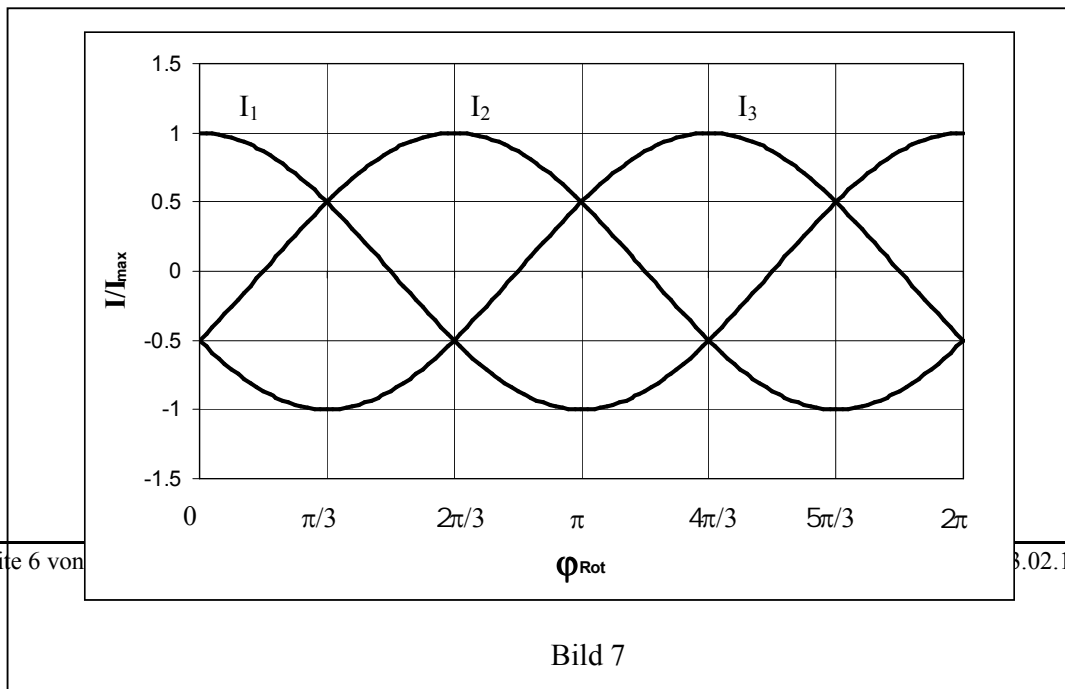
Sinuskommütierung:

Bei Sinuskommütierung werden in Abhängigkeit von der Rotorstellung sinusförmige Ströme gemäss den Gleichungen (9a-c) eingepreßt. Dies erfordert im Vergleich zur Blockkommütierung einen erhöhten Aufwand bei der Rotorlageerkennung, z.B. mit einem Resolver.

$$(9a) \quad I_1 = I_{max} \cdot \cos(\varphi_{Rot})$$

$$(9b) \quad I_2 = I_{max} \cdot \cos\left(\varphi_{Rot} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$(9c) \quad I_3 = I_{max} \cdot \cos\left(\varphi_{Rot} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{s. Bild 7})$$



Durch Einsetzen der Gleichungen (9a-c) in die Gleichungen (5a-c) ergeben sich die durch die Phasenströme in Abhängigkeit von der Rotorstellung erzeugten Drehmomente (Gl.10a-c):

$$(10a) \quad M_1 = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_{\max} \cdot \cos^2(\varphi_{\text{Rot}})$$

$$(10b) \quad M_2 = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_{\max} \cdot \cos^2\left(\varphi_{\text{Rot}} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$(10c) \quad M_3 = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_{\max} \cdot \cos^2\left(\varphi_{\text{Rot}} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{s. Bild 8})$$

Das Motordrehmoment ist nach Gleichung (6) gleich der Summe der Phasendrehmomente:

$$(11) \quad M = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_{\max} \cdot \left[\cos^2(\varphi_{\text{Rot}}) + \cos^2\left(\varphi_{\text{Rot}} - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\varphi_{\text{Rot}} + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

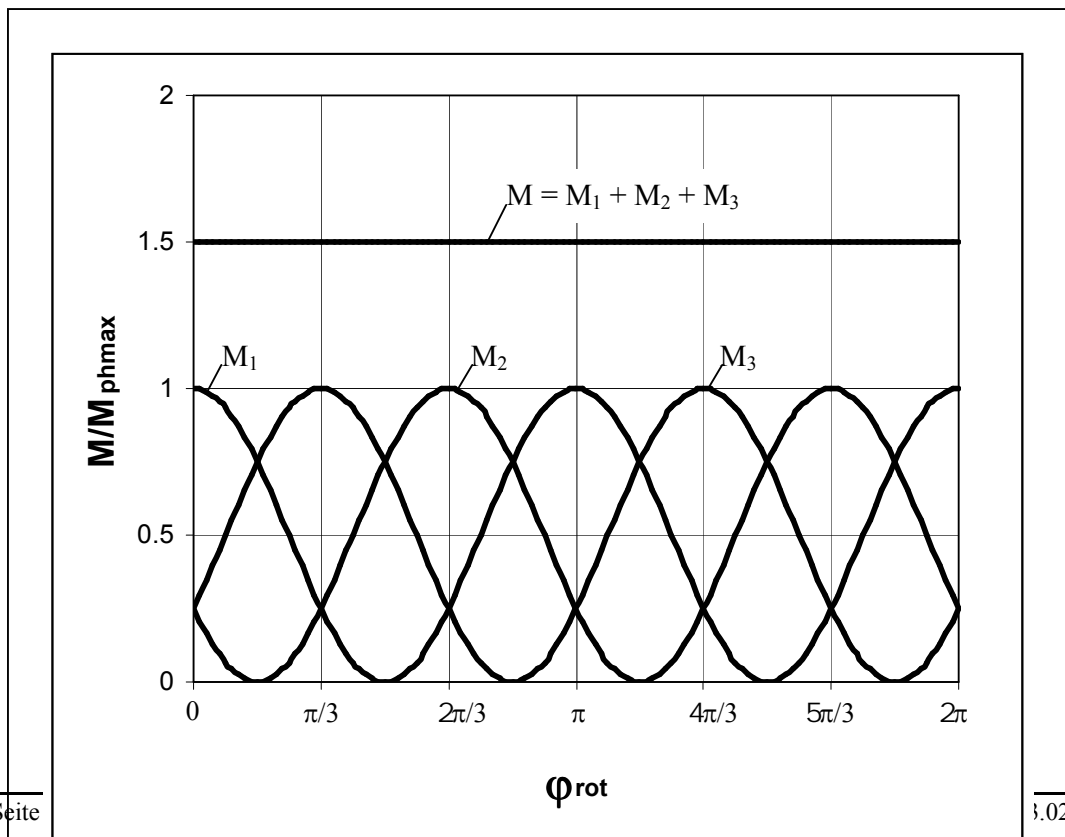


Bild 8

Die Ausrechnung des Klammerausdrucks in Gleichung (11) ergibt den Wert $3/2$, also einen Wert, der unabhängig von der Rotorstellung ist. Das Motordrehmoment bei Sinuskommütierung ist also:

$$(11a) \quad M = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_{\max}$$

Der maxon-EC-Motor mit Sinuskommütierung besitzt demnach ein von der Rotorstellung unabhängiges Drehmoment und zeichnet sich durch eine sehr grosse Laufruhe aus.

Der Mittelwert des Stromes, der den Leistungsteil der vorgeschalteten Elektronik für die Sinuskommütierung versorgt, berechnet sich aus:

$$(12) \quad I_D = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{-\pi/6}^{\pi/6} I_{\max} \cdot \cos(\varphi_{Rot}) d\varphi_{Rot} = \frac{3}{\pi} \cdot I_{\max}$$

Stellt man Gleichung (12) um und setzt in Gleichung (11a) ein, so ergibt sich bei Sinuskommütierung:

$$(13) \quad M = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_D = 0.5513 \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_D$$

Der Zahlenfaktor in Gleichung (13) ist mit 0.5513 also geringfügig kleiner als der Zahlenfaktor für Blockkommütierung mit 0.5805 in Gleichung (8). Das heisst, bei Sinuskommütierung fliesst bei gleichem Drehmoment an der Welle ein leicht höherer Versorgungsgleichstrom als bei Blockkommütierung.

Joule'sche Verlustleistung bei Block- und Sinuskommütierung:

Wie im folgenden berechnet wird, liefert ein maxon-EC-Motor bei gleicher Joule'scher Verlustleistung mit Sinuskommütierung ein etwas höheres Drehmoment als mit Blockkommütierung. Dies ist besonders dann von Bedeutung, wenn der Motor an der Grenze seiner thermischen Belastbarkeit betrieben werden soll.

Bei Blockkommütierung ist immer eine Phase stromlos, in den anderen beiden entsteht insgesamt die Joule'sche Verlustleistung (ohmscher Widerstand pro Phase R_{Ph}):

$$(14) \quad P_{JB} = 2 \cdot I_D^2 \cdot R_{Ph}$$

Bei Sinuskommütierung fließt in allen drei Phasen jeweils ein Wechselstrom mit dem Scheitelwert I_{max} und dem Effektivwert I_{eff} , wobei

$$(15) \quad I_{max} = \sqrt{2} \cdot I_{eff}$$

Insgesamt entsteht bei Sinuskommütierung die Joule'sche Verlustleistung

$$(16) \quad P_{JS} = 3 \cdot I_{eff}^2 \cdot R_{Ph} = \frac{3}{2} \cdot I_{max}^2 \cdot R_{Ph}$$

Es sollen nun die Motordrehmomente bei Block- und Sinuskommütierung unter der Voraussetzung gleicher Joule'scher Verlustleistung verglichen werden. Dazu wird I_{max} bei Sinuskommütierung in Gleichung (16) so auf I_D bei Blockkommütierung in Gleichung (14) normiert, dass $P_{JB} = P_{JS}$ gilt. Also:

$$(17) \quad 2 \cdot I_D^2 \cdot R_{Ph} = \frac{3}{2} \cdot I_{max}^2 \cdot R_{Ph} \quad \rightarrow \quad I_{max} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot I_D$$

Das Verhältnis der Drehmomente bei Sinus- und Blockkommütierung bei gleicher Joule'scher Verlustleistung ist dann nach den Gleichungen (8), (11a) und (17):

$$(18) \quad \frac{M_{sin}}{M_{block}} = \frac{\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot I_D}{\frac{18}{\pi^3} \cdot r \cdot l \cdot w \cdot B_0 \cdot I_D} = \frac{\pi}{3} = 1.047$$

Das heisst, ein maxon-EC-Motor liefert bei gleicher Joule'scher Verlustleistung mit Sinuskommütierung ein etwas höheres Drehmoment als mit Blockkommütierung.

Zusammenfassung:

Es wird das in 2-poligen, in Stern verschalteten maxon-EC-Motoren erzeugte Drehmoment bei eingprägtem blockförmigen Strom (Blockkommütierung) und bei eingprägtem sinusförmigen Strom (Sinuskommütierung) berechnet und verglichen. Vorteile der Sinuskommütierung sind insbesondere

- das von der Rotorstellung unabhängige Drehmoment,
- die daraus resultierende hohe Laufruhe und
- die höhere Drehmomentbelastbarkeit

Literaturverzeichnis:

- [1] Dr. Otto Stemme, Peter Wolf: Wirkungsweise und Eigenschaften hochdynamischer Gleichstrom-Kleinstmotoren, 3. Ausgabe, Interelectric AG, Sachseln, 1998
- [2] Björn Hagemann: Entwicklung von Permanentmagnet-Mikromotoren mit Luftspaltwicklung, Dissertation Universität Hannover, 1998
- [3] Hans Otto Seinsch: Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe, 2. Auflage, B.G.Teubner, Stuttgart, 1988